1. In a certain town, 25% of the families own a phone and 15% own a car ; 65% families own neither a phone nor a car and 2,000 families own both a car and a phone. Consider the following three statements :

(a) 5% families own both a car and a phone.

(b) 35% families own either a car or a phone.

(c) 40,000 families live in the town.

Then,

(1) Only (a) and (b) are correct.

(2) Only (a) and (c) are correct.

(3) Only (b) and (c) are correct.

(4) All (a), (b) and (c) are correct.

2. The largest value of r for which the region represented by the set $\{\omega \in \mathbf{C}/|\omega-4-i|\leq r\}$ is contained in the region represented by the set $\{z \in \mathbf{C}/|z-1|\leq|z+i|\}$, is equal to :

(1) $\sqrt{17}$

(2) $2\sqrt{2}$

(3) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

(4) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$

3. If $2+3i$ is one of the roots of the equation $2x^3-9x^2+kx-13=0$, $k \in \mathbf{R}$, then the real root of this equation :

(1) does not exist.

(2) exists and is equal to $\frac{1}{2}$.

(3) exists and is equal to $-\frac{1}{2}$.

(4) exists and is equal to 1.

1. किसी शहर में, 25% परिवारों के पास फोन है तथा 15% के पास कार है ; 65% परिवारों के पास न तो फोन है और न ही कार है, तथा 2,000 परिवारों के पास फोन तथा कार दोनों हैं। निम्न तीन कथनों पर विचार कीजिए :

(a) 5% परिवारों के पास कार तथा फोन दोनों हैं।

(b) 35% परिवारों के पास या तो कार है या फोन है।

(c) शहर में 40,000 परिवार रहते हैं।

तो,

(1) केवल (a) तथा (b) सही हैं।

(2) केवल (a) तथा (c) सही हैं।

(3) केवल (b) तथा (c) सही हैं।

(4) (a), (b) तथा (c) सभी सही हैं।

2. r का वह अधिकतम मान जिसके लिए समुच्चय $\{\omega \in \mathbf{C}/|\omega-4-i|\leq r\}$ द्वारा निर्धारित क्षेत्र, समुच्चय $\{z \in \mathbf{C}/|z-1|\leq|z+i|\}$ द्वारा निर्धारित क्षेत्र में सम्मिलित है, है :

(1) $\sqrt{17}$

(2) $2\sqrt{2}$

(3) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$

(4) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$

3. यदि $2+3i$, समीकरण $2x^3-9x^2+kx-13=0$, $k \in \mathbf{R}$ का एक मूल है, तो इस समीकरण का वास्तविक मूल :

(1) विद्यमान नहीं है।

(2) विद्यमान है तथा $\frac{1}{2}$ के बराबर है।

(3) विद्यमान है तथा $-\frac{1}{2}$ के बराबर है।

(4) विद्यमान है तथा 1 के बराबर है।

4. The least value of the product xyz for which the determinant $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & 1 & z \end{vmatrix}$ is non-negative, is :

(1) $-2\sqrt{2}$

(2) $-16\sqrt{2}$

(3) -8

(4) -1

5. If $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, then which one of the following statements is **not** correct ?

(1) $A^4 - I = A^2 + I$

(2) $A^3 - I = A(A - I)$

(3) $A^2 + I = A(A^2 - I)$

(4) $A^3 + I = A(A^3 - I)$

6. The number of ways of selecting 15 teams from 15 men and 15 women, such that each team consists of a man and a woman, is :

(1) 1120

(2) 1240

(3) 1880

(4) 1960

7. Let the sum of the first three terms of an A.P. be 39 and the sum of its last four terms be 178. If the first term of this A.P. is 10, then the median of the A.P. is :

(1) 26.5

(2) 28

(3) 29.5

(4) 31

4. गुणनफल xyz का वह न्यूनतम मूल्य जिसके लिए सारणिक $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & 1 & z \end{vmatrix}$ ऋणेतर है, है :

(1) $-2\sqrt{2}$

(2) $-16\sqrt{2}$

(3) -8

(4) -1

5. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो निम्न में से कौन-सा एक कथन सही **नहीं** है ?

(1) $A^4 - I = A^2 + I$

(2) $A^3 - I = A(A - I)$

(3) $A^2 + I = A(A^2 - I)$

(4) $A^3 + I = A(A^3 - I)$

6. 15 पुरुषों तथा 15 महिलाओं में से ऐसी 15 टीमें, जिनमें प्रत्येक में एक पुरुष तथा एक महिला हो, चुनने के तरीकों की संख्या है :

(1) 1120

(2) 1240

(3) 1880

(4) 1960

7. माना एक समांतर श्रेढ़ी के प्रथम तीन पदों का योग 39 है तथा इसके अंतिम चार पदों का योग 178 है। यदि इस समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद 10 है, तो इस समांतर श्रेढ़ी का माध्यक है :

(1) 26.5

(2) 28

(3) 29.5

(4) 31

8. If the coefficients of the three successive terms in the binomial expansion of $(1+x)^n$ are in the ratio 1 : 7 : 42, then the first of these terms in the expansion is :

(1) 6^{th}

(2) 7^{th}

(3) 8^{th}

(4) 9^{th}

9. The value of $\sum_{r=16}^{30}(r+2)(r-3)$ is equal to :

(1) 7785

(2) 7780

(3) 7775

(4) 7770

10. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos x}{\sin^2 x}$ is equal to :

(1) 3

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{5}{4}$

(4) 2

11. The distance, from the origin, of the normal to the curve, $x=2\cos t+2t\sin t$, $y=2\sin t-2t\cos t$ at $t=\frac{\pi}{4}$, is :

(1) 4

(2) $2\sqrt{2}$

(3) 2

(4) $\sqrt{2}$

8. यदि $(1+x)^n$ के द्विपद विस्तार में तीन क्रमिक पदों के गुणांकों में 1 : 7 : 42 का अनुपात है, तो इन में से विस्तार में पहला पद है :

(1) छठा

(2) सातवां

(3) आठवां

(4) नौवां

9. $\sum_{r=16}^{30}(r+2)(r-3)$ का मान बराबर है :

(1) 7785

(2) 7780

(3) 7775

(4) 7770

10. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-\cos x}{\sin^2 x}$ बराबर है :

(1) 3

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{5}{4}$

(4) 2

11. वक्र $x=2\cos t+2t\sin t$, $y=2\sin t-2t\cos t$ पर $t=\frac{\pi}{4}$ पर खींचे गए अभिलंब की मूल बिंदु से दूरी है :

(1) 4

(2) $2\sqrt{2}$

(3) 2

(4) $\sqrt{2}$

12. If Rolle's theorem holds for the function $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx,\ x \in [-1, 1]$, at the point $x = \frac{1}{2}$, then $2b + c$ equals :

(1) 1

(2) -1

(3) 2

(4) -3

13. Let the tangents drawn to the circle, $x^2 + y^2 = 16$ from the point P(0, h) meet the x-axis at points A and B. If the area of ΔAPB is minimum, then h is equal to :

(1) $4\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{2}$

(4) $4\sqrt{2}$

14. The integral $\int \frac{dx}{(x+1)^{\frac{3}{4}}(x-2)^{\frac{5}{4}}}$ is equal to :

(1) $4\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

(2) $4\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

(3) $-\frac{4}{3}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

(4) $-\frac{4}{3}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

12. यदि फलन $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx,\ x \in [-1, 1]$ के लिए बिंदु $x = \frac{1}{2}$ पर रोले का प्रमेय लागू होता है, तो $2b + c$ बराबर है :

(1) 1

(2) -1

(3) 2

(4) -3

13. माना बिंदु P(0, h) से वृत्त $x^2 + y^2 = 16$ पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ x-अक्ष को बिंदुओं A तथा B पर मिलती हैं। यदि ΔAPB का क्षेत्रफल न्यूनतम है, तो h बराबर है :

(1) $4\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{2}$

(4) $4\sqrt{2}$

14. समाकल $\int \frac{dx}{(x+1)^{\frac{3}{4}}(x-2)^{\frac{5}{4}}}$ बराबर है :

(1) $4\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

(2) $4\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

(3) $-\frac{4}{3}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

(4) $-\frac{4}{3}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{\frac{1}{4}} + C$

15. For $x > 0$, let $f(x) = \int_1^x \frac{\log t}{1+t}\,dt$. Then $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ is equal to :

(1) $\frac{1}{4}(\log x)^2$

(2) $\frac{1}{2}(\log x)^2$

(3) $\log x$

(4) $\frac{1}{4}\log x^2$

16. The area (in square units) of the region bounded by the curves $y + 2x^2 = 0$ and $y + 3x^2 = 1$, is equal to :

(1) $\frac{3}{5}$

(2) $\frac{3}{4}$

(3) $\frac{1}{3}$

(4) $\frac{4}{3}$

17. If $y(x)$ is the solution of the differential equation $(x+2)\frac{dy}{dx} = x^2 + 4x - 9$, $x \neq -2$ and $y(0) = 0$, then $y(-4)$ is equal to :

(1) 0

(2) 1

(3) -1

(4) 2

15. $x > 0$ के लिए माना $f(x) = \int_1^x \frac{\log t}{1+t}\,dt$ है, तो $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ बराबर है :

(1) $\frac{1}{4}(\log x)^2$

(2) $\frac{1}{2}(\log x)^2$

(3) $\log x$

(4) $\frac{1}{4}\log x^2$

16. वक्रों $y + 2x^2 = 0$ तथा $y + 3x^2 = 1$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) बराबर है :

(1) $\frac{3}{5}$

(2) $\frac{3}{4}$

(3) $\frac{1}{3}$

(4) $\frac{4}{3}$

17. यदि $y(x)$, अवकल समीकरण $(x+2)\frac{dy}{dx} = x^2 + 4x - 9$, $x \neq -2$ और $y(0) = 0$, का हल है, तो $y(-4)$ बराबर है :

(1) 0

(2) 1

(3) -1

(4) 2

18. The points $\left(0, \frac{8}{3}\right)$, (1, 3) and (82, 30) :

(1) form an obtuse angled triangle.

(2) form an acute angled triangle.

(3) form a right angled triangle.

(4) lie on a straight line.

19. Let L be the line passing through the point P(1, 2) such that its intercepted segment between the co-ordinate axes is bisected at P. If L_1 is the line perpendicular to L and passing through the point $(-2, 1)$, then the point of intersection of L and L_1 is :

(1) $\left(\frac{4}{5}, \frac{12}{5}\right)$

(2) $\left(\frac{11}{20}, \frac{29}{10}\right)$

(3) $\left(\frac{3}{10}, \frac{17}{5}\right)$

(4) $\left(\frac{3}{5}, \frac{23}{10}\right)$

20. If $y+3x=0$ is the equation of a chord of the circle, $x^2+y^2-30x=0$, then the equation of the circle with this chord as diameter is :

(1) $x^2+y^2+3x+9y=0$

(2) $x^2+y^2-3x+9y=0$

(3) $x^2+y^2-3x-9y=0$

(4) $x^2+y^2+3x-9y=0$

18. बिंदु $\left(0, \frac{8}{3}\right)$, (1, 3) तथा (82, 30) :

(1) एक अधिककोण त्रिभुज बनाते हैं।

(2) एक न्यूनकोण त्रिभुज बनाते हैं।

(3) एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं।

(4) एक सरल रेखा पर स्थित हैं।

19. माना L, बिंदु P(1, 2) से होकर जाने वाली वह रेखा है जिसका निर्देशांक अक्षों के बीच कटा रेखाखण्ड P पर समद्विभाजित होता है। माना L_1 वह रेखा है जो L पर लंबवत है तथा बिंदु $(-2, 1)$ से होकर जाती है, तो L तथा L_1 का प्रतिच्छेदन बिंदु है :

(1) $\left(\frac{4}{5}, \frac{12}{5}\right)$

(2) $\left(\frac{11}{20}, \frac{29}{10}\right)$

(3) $\left(\frac{3}{10}, \frac{17}{5}\right)$

(4) $\left(\frac{3}{5}, \frac{23}{10}\right)$

20. यदि $y+3x=0$, वृत्त $x^2+y^2-30x=0$ की एक जीवा का समीकरण है, तो उस वृत्त, जिसका व्यास, यह जीवा है, का समीकरण है :

(1) $x^2+y^2+3x+9y=0$

(2) $x^2+y^2-3x+9y=0$

(3) $x^2+y^2-3x-9y=0$

(4) $x^2+y^2+3x-9y=0$

21. If the tangent to the conic, $y-6=x^2$ at (2, 10) touches the circle, $x^2+y^2+8x-2y=k$ (for some fixed k) at a point (α, β) ; then (α, β) is :

(1) $\left(-\frac{6}{17}, \frac{10}{17}\right)$

(2) $\left(-\frac{8}{17}, \frac{2}{17}\right)$

(3) $\left(-\frac{4}{17}, \frac{1}{17}\right)$

(4) $\left(-\frac{7}{17}, \frac{6}{17}\right)$

22. An ellipse passes through the foci of the hyperbola, $9x^2-4y^2=36$ and its major and minor axes lie along the transverse and conjugate axes of the hyperbola respectively. If the product of eccentricities of the two conics is $\frac{1}{2}$, then which of the following points **does not** lie on the ellipse ?

(1) $\left(\sqrt{13}, 0\right)$

(2) $\left(\frac{\sqrt{39}}{2}, \sqrt{3}\right)$

(3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{13}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(4) $\left(\sqrt{\frac{13}{2}}, \sqrt{6}\right)$

23. If the points (1, 1, λ) and $(-3, 0, 1)$ are equidistant from the plane, $3x+4y-12z+13=0$, then λ satisfies the equation :

(1) $3x^2-10x+7=0$

(2) $3x^2+10x+7=0$

(3) $3x^2+10x-13=0$

(4) $3x^2-10x+21=0$

21. यदि शांकव $y-6=x^2$ के बिंदु (2, 10) पर खींची गई स्पर्श रेखा वृत्त $x^2+y^2+8x-2y=k$ को (किसी निश्चित k के लिए) बिंदु (α, β) पर स्पर्श करती है, तो (α, β) है :

(1) $\left(-\frac{6}{17}, \frac{10}{17}\right)$

(2) $\left(-\frac{8}{17}, \frac{2}{17}\right)$

(3) $\left(-\frac{4}{17}, \frac{1}{17}\right)$

(4) $\left(-\frac{7}{17}, \frac{6}{17}\right)$

22. एक दीर्घवृत्त, अतिपरवलय $9x^2-4y^2=36$ के नाभिकेंद्रों से होकर जाता है तथा इसके दीर्घ तथा लघु अक्ष क्रमशः अतिपरवलय के अनुप्रस्थ तथा संयुग्मी अक्षों के अनुदिश हैं। यदि इन दो शांकवों की उत्केंद्रताओं का गुणनफल $\frac{1}{2}$ है, तो निम्न में से कौन-सा बिंदु दीर्घवृत्त पर स्थित **नहीं** है ?

(1) $\left(\sqrt{13}, 0\right)$

(2) $\left(\frac{\sqrt{39}}{2}, \sqrt{3}\right)$

(3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{13}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

(4) $\left(\sqrt{\frac{13}{2}}, \sqrt{6}\right)$

23. यदि बिंदु (1, 1, λ) तथा $(-3, 0, 1)$ समतल $3x+4y-12z+13=0$ से समदूरस्थ हैं, तो λ, निम्न समीकरण को संतुष्ट करता है :

(1) $3x^2-10x+7=0$

(2) $3x^2+10x+7=0$

(3) $3x^2+10x-13=0$

(4) $3x^2-10x+21=0$

24. If the shortest distance between the lines $\frac{x-1}{\alpha}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$, $(\alpha \neq -1)$ and $x+y+z+1=0=2x-y+z+3$ is $\frac{1}{\sqrt{3}}$, then a value of α is :

(1) $-\frac{16}{19}$

(2) $-\frac{19}{16}$

(3) $\frac{32}{19}$

(4) $\frac{19}{32}$

25. Let $\vec{a}$ and $\vec{b}$ be two unit vectors such that $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$. If $\vec{c}=\vec{a}+2\vec{b}+3(\vec{a}\times\vec{b})$, then $2|\vec{c}|$ is equal to :

(1) $\sqrt{55}$

(2) $\sqrt{51}$

(3) $\sqrt{43}$

(4) $\sqrt{37}$

26. Let X be a set containing 10 elements and P(X) be its power set. If A and B are picked up at random from P(X), with replacement, then the probability that A and B have equal number of elements, is :

(1) $\frac{{}^{20}C_{10}}{2^{10}}$

(2) $\frac{(2^{10}-1)}{2^{20}}$

(3) $\frac{(2^{10}-1)}{2^{10}}$

(4) $\frac{{}^{20}C_{10}}{2^{20}}$

24. यदि रेखाओं $\frac{x-1}{\alpha}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$, $(\alpha \neq -1)$ तथा $x+y+z+1=0=2x-y+z+3$ के बीच की न्यूनतम दूरी $\frac{1}{\sqrt{3}}$ है, तो α का एक मान है :

(1) $-\frac{16}{19}$

(2) $-\frac{19}{16}$

(3) $\frac{32}{19}$

(4) $\frac{19}{32}$

25. माना $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ ऐसे मात्रक सदिश हैं कि $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$ है। यदि $\vec{c}=\vec{a}+2\vec{b}+3(\vec{a}\times\vec{b})$ है, तो $2|\vec{c}|$ बराबर है :

(1) $\sqrt{55}$

(2) $\sqrt{51}$

(3) $\sqrt{43}$

(4) $\sqrt{37}$

26. माना X एक समुच्चय है जिसमें 10 अवयव हैं तथा P(X) इसका घात समुच्चय है। यदि P(X) से A तथा B यादृच्छया, प्रतिस्थापना सहित, लिए गए हैं, तो A तथा B में बराबर अवयवों के होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{{}^{20}C_{10}}{2^{10}}$

(2) $\frac{(2^{10}-1)}{2^{20}}$

(3) $\frac{(2^{10}-1)}{2^{10}}$

(4) $\frac{{}^{20}C_{10}}{2^{20}}$

27. A factory is operating in two shifts, day and night, with 70 and 30 workers respectively. If per day mean wage of the day shift workers is ₹ 54 and per day mean wage of all the workers is ₹ 60, then per day mean wage of the night shift workers (in ₹) is :

(1) 66

(2) 69

(3) 74

(4) 75

28. In a ΔABC, $\frac{a}{b} = 2 + \sqrt{3}$ and $\angle C = 60°$. Then the ordered pair $(\angle A, \angle B)$ is equal to :

(1) (15°, 105°)

(2) (105°, 15°)

(3) (45°, 75°)

(4) (75°, 45°)

29. If $f(x) = 2\tan^{-1}x + \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, $x > 1$, then $f(5)$ is equal to :

(1) $\frac{\pi}{2}$

(2) π

(3) $4\tan^{-1}(5)$

(4) $\tan^{-1}\left(\frac{65}{156}\right)$

30. The contrapositive of the statement "If it is raining, then I will not come", is :

(1) If I will come, then it is not raining.

(2) If I will not come, then it is raining.

(3) If I will not come, then it is not raining.

(4) If I will come, then it is raining.

- o 0 o -

27. एक फैक्ट्री दो पारियों, दिन तथा रात, में चलती है जिनमें क्रमश: 70 तथा 30 कामगार कार्य करते हैं। यदि दिन की पारी के कामगारों का माध्य प्रतिदिन वेतन ₹ 54 है तथा सभी कामगारों का माध्य प्रतिदिन वेतन ₹ 60 है, तो रात में कार्य करने वाले कामगारों का माध्य प्रतिदिन वेतन (₹ में) है :

(1) 66

(2) 69

(3) 74

(4) 75

28. एक त्रिभुज ABC में, $\frac{a}{b} = 2 + \sqrt{3}$ तथा $\angle C = 60°$ है, तो क्रमित युग्म $(\angle A, \angle B)$ बराबर है :

(1) (15°, 105°)

(2) (105°, 15°)

(3) (45°, 75°)

(4) (75°, 45°)

29. यदि $f(x) = 2\tan^{-1}x + \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, $x > 1$ है, तो $f(5)$ बराबर है :

(1) $\frac{\pi}{2}$

(2) π

(3) $4\tan^{-1}(5)$

(4) $\tan^{-1}\left(\frac{65}{156}\right)$

30. कथन :

''यदि वर्षा हो रही है, तो मैं नहीं आऊंगा''

का प्रतिधनात्मक कथन है :

(1) यदि मैं आऊंगा, तो वर्षा नहीं हो रही है।

(2) यदि मैं नहीं आऊंगा, तो वर्षा हो रही है।

(3) यदि मैं नहीं आऊंगा, तो वर्षा नहीं हो रही है।

(4) यदि मैं आऊंगा, तो वर्षा हो रही है।

- o 0 o -

ANSWER KEY JEE (MAIN) – 2015 ONLINE EXAMINATION

10/04/2015

Q. No.	Maths
61	4
62	4
63	2
64	3
65	3
66	2
67	3
68	2
69	2
70	2
71	3
72	2
73	4
74	3
75	2
76	4
77	1
78	4
79	1
80	2
81	2
82	3
83	1
84	3
85	1
86	4
87	3
88	2
89	2
90	1

Note: * denotes that the questions/options are not correct so 4 marks against such question have been awarded to all the candidates appeared in the examination on 10th April 2015.