Total number of printed pages – 31

22T-MATH (N)
(Bengali)

2012

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

GROUP–A (NEW COURSE)	
Page No. 1 – 15	**Q. No. 1 – 20**
GROUP–B (OLD COURSE)	
Page No. 16 – 31	**Q. No. 21 – 56**

(GROUP–A)

(For New Course)

(নতুন পাঠ্যক্রমের জন্য)

P.T.O

1. (a) Is the binary operation $*$ defined on the set of integer z by the rule $a*b=a-b+2$ commutative ? 1

অখণ্ড সংখ্যার সংহতি z র সাপেক্ষে দ্বৈত প্রক্রিয়া $*$ যেখানে $a*b=a-b+2$ ক্রমবিনিময় হয় কী?

(b) Find the value of $cos^{-1}\left(cos\frac{9\pi}{8}\right)$. 1

$cos^{-1}\left(cos\frac{9\pi}{8}\right)$ -এর মান বের করো।

(c) If A is a row matrix as well as a column matrix then what is the order of A ? 1

যদি একটি মৌলকক্ষ A একই সময়ে শারী মৌলকক্ষ ও স্তম্ভ মৌলকক্ষ হয় তাহলে A -এর ঘাত কী হবে?

(d) What is the value of the determinant ? 1

$$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 97 & 98 & 99 \\ 22y & 24y & 26y \end{vmatrix}$$

$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 97 & 98 & 99 \\ 22y & 24y & 26y \end{vmatrix}$ নির্ণায়কটির মান বের করো।

(e) If $f(x)=sin\,x^0$, then find $f'(x)$. 1

যদি $f(x)=sin\,x^0$ হয়, তাহলে $f'(x)$ বের করো।

(f) If the tangent line to the curve $y=f(x)$ at a point is parallel to the x-axis, what is the value of $\frac{dy}{dx}$? 1

যদি $y=f(x)$ বক্রের কোনো একটি বিন্দুতে স্পর্শকটি x-অক্ষের সমান্তরাল হয় তাহলে সেই বিন্দুতে $\frac{dy}{dx}$ -এর মান কি হবে?

(g) If A is a square matrix of order 2 then find the value of $|A|+|-A|$. 1

যদি A একটি 2 ঘাতের বর্গ মৌলকক্ষ হয় তাহলে $|A|+|-A|$-এর মান বের করো।

(h) Are all unit vectors equal ? 1

সব একক ভেক্টর কী একই?

(i) Find the direction cosine of a line equally inclined to the three co-ordinate axes. 1

কোনো একটি রেখা অক্ষরেখা তিনটির সঙ্গে সমানভাবে নুয়ে থাকলে রেখাটির দিশাংক নির্ণয় করো।

(j) What is the equation of zx-plane ?

zx-সমতলর সমীকরণ কী?

2. Let $f : N \to N$ be defined by

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{if } n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2} & \text{if } n \text{ is even for all } n \in N \end{cases}$$

Examine if f is bijective.

ধরো $f : N \to N$ ফলনের সংজ্ঞা এই ধরনের —

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{যদি } n \text{ অযুগ্ম} \\ \frac{n}{2} & \text{যদি } n \text{ যুগ্ম, সমস্ত } n \in N \end{cases}$$

f ফলনটি এককৈকী আচ্ছাদক হয় কী? তোমার উত্তরের যুক্তিযুক্ত প্রতিপন্ন করো।

OR (অথবা)

Examine if the binary operation $* : R \times R \to R$ given by $a * b = a + 4b^2$ is

(i) commutative

(ii) associative 4

$*$ দ্বৈত প্রক্রিয়ার সাপেক্ষে যাতে $* : R \times R \to R$ $a * b = a + 4b^2$ দেওয়া আছে। তাহলে এই দ্বৈত প্রক্রিয়া

(i) ক্রমবিনিমেয়

(ii) সাহচর্য্য

হয় কিনা যুক্তি সহকারে প্রতিপন্ন করো।

3. If $sin\left(sin^{-1}\frac{1}{5} + cos^{-1}x\right) = 1$ find the value of x. 4

যদি $sin\left(sin^{-1}\frac{1}{5} + cos^{-1}x\right) = 1$ তাহলে x-এর মান নির্ধারণ করো।

4. If a, b, c are positive and are p^{th}, q^{th} and r^{th} term respectively of a G.P. Show without expanding

$$\begin{vmatrix} log\,a & p & 1 \\ log\,b & q & 1 \\ log\,c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$ 4

একটি গুণোত্তর প্রগতির ধনাত্মক রাশি a, b, c ক্রমে pতম, qতম ও rতম পদ হয়, তাহলে বিস্তার না করে দেখাও যে

$$\begin{vmatrix} log\,a & p & 1 \\ log\,b & q & 1 \\ log\,c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

5. Find the value of a and b such that the function defined by $f(x) = \begin{cases} 5 & \text{if } x \le 2 \\ ax+b & \text{if } 2 < x < 10 \\ 21 & \text{if } x \ge 10 \end{cases}$ is continuous function. 4

a এবং b -এর মান বের করো যেখানে

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{যদি } x \le 2 \\ ax+b & \text{যদি } 2 < x < 10 \\ 21 & \text{যদি } x \ge 10 \end{cases}$$

ফলনটি অবিচ্ছিন্ন হয়।

6. If $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 4

যদি $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$, তাহলে $\frac{dy}{dx}$ এর মান বের করো।

OR (অথবা)

If $y = 3\cos(\log x) + 4\sin(\log x)$ show that

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$ 4

যদি $y = 3\cos(\log x) + 4\sin(\log x)$ হয়, দেখাও যে

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$

7. Integrate : 4

পূর্ণসংখ্যা নির্ণয় করো :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-3)}}$$

OR (অথবা)

$$\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x)\,dx$$ 4

8. If f and g are defined as $f(x) = f(a-x)$ and $g(x) + g(a-x) = 4$, then show that

$$\int_0^a f(x)g(x) = 2\int_0^a f(x)\,dx$$ 4

যদি f ও g র সংজ্ঞা $f(x) = f(a-x)$ এবং $g(x) + g(a-x) = 4$ হয়, তাহলে দেখাও যে

$$\int_0^a f(x)g(x) = 2\int_0^a f(x)\,dx$$

9. Form the differential equation of the family of parabolas having the vertex at origin and axis along the positive x-axis. 4

অক্ষ x-অক্ষের ধনাত্মক দিকে এবং শীর্ষবিন্দু মূলবিন্দুতে থাকা অবস্থায় অধিবৃত্ত পরিবার একটির অবকল সমীকরণটি গঠন করো।

10. Solve : 4

সমাধান করো :

$$\left(x^2 - yx^2\right)dy + \left(y^2 + xy^2\right)dx = 0$$

OR (অথবা)

$$\left(x + 3y^3\right)\frac{dy}{dx} = y\ , \qquad y > 0$$ 4

11. Two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are given by $3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ respectively. Are the vectors $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ perpendicular to each other ?

Find also the projection of the vector $\vec{a}$ on the vector $\vec{b}$. 2+2=4

$\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ ভেক্টর দুটি ক্রমে $3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$; $\vec{a} + \vec{b}$ ভেক্টর এবং $\vec{a} - \vec{b}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে কী? এবং $\vec{b}$ ভেক্টরে $\vec{a}$ ভেক্টরের অভিক্ষেপ নির্ধারণ করো।

12. *(a)* Verify if the three points given $A(-1, 0, 2)$ $B(2, -1, 3)$, $C(8, -3, 5)$ are collinear or not ?

$A(-1, 0, 2)$ $B(2, -1, 3)$, $C(8, -3, 5)$ বিন্দুগুলি সমরেখীয় হয় কি হয় না প্রতিপন্ন করো।

(b) Find the distance of the point $(6, 2, -5)$ from the plane $2x + 3y - 2z = 8$. 2+2=4

$(6, 2, -5)$ বিন্দুর থেকে $2x + 3y - 2z = 8$ সমতলের দূরত্ব বের করো।

13. Find the probability of throwing at most 2 sixes in 6 throws of a die. 4

একটি পাশাগুটি 6 বার টস করলে সর্বাধিক 2 বার 6 প্রাপ্ত হবার সম্ভাবনা বের করো।

A complete guide SEBA students

OR (অথবা)

On a multiple choice examination with three possible answers for each of the five questions, what is the probability that a candidate would get four or more correct answers just by guessing? 4

পাঁচটি প্রশ্নের প্রতিটির তিনটি করে উত্তর থাকা বহু বিকল্প পছন্দের কোনো একটি পরীক্ষাতে একজন পরীক্ষার্থীর শুধুমাত্র অনুমানের ভিত্তিতে নির্ভর করে চারটি বা ততোধিক শুদ্ধ উত্তর করার সম্ভাবনা কতটুকু?

14. Using matrix solve the following system of equation : 6

মৌলকক্ষীয় পদ্ধতিতে সমাধান করো :

$$\begin{aligned} 3x - y + z &= 5 \\ 2x - 2y + 3z &= 7 \\ x + y - z &= -1 \end{aligned}$$

OR (অথবা)

If (যদি) $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ হয়, then prove that (তাহলে প্রমাণ করো যে)

$$A^n = \begin{pmatrix} 1+2n & -4n \\ n & 1-2n \end{pmatrix} \qquad n \in \mathbb{N}$$ 6

15. Answer [*either* {*(a)* *and* *(b)*} *or* *(c)*]

উত্তর করো [{*(a)* **এবং** *(b)*} **অথবা** *(c)*]

(a) Find the maximum profit that a company can make, if the profit function is given by $p(x) = 41 - 24x - 18x^2$. 3

যদি একটি কোম্পানীর আয়ের ফলন $p(x) = 41 - 24x - 18x^2$ হয় তাহলে কোম্পানীর গরিষ্ঠ আয় বের করো।

AND (এবং)

(b) Prove that $y = \frac{4\sin\theta}{2+\cos\theta} - \theta$ is an increasing function of θ in $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. 3

প্রমাণ করো $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ তে $y = \frac{4\sin\theta}{2+\cos\theta} - \theta$ ফলনটি θ একটি বর্ধমান ফলন।

OR (অথবা)

(c) Find the equation of the tangent and normal to the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ at the point (x_0, y_0). 6

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ পরাবৃত্তর (x_0, y_0) বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিলম্বর সমীকরণ বের করো।

16. Evaluate $\int_0^2 e^{2x-1}\,dx$ as a limit of a sum. 6

যোগফলের চরমমান হিসাবে $\int_0^2 e^{2x-1}\,dx$ এর মান বের করো।

17. Find the area of the region bounded by the line $y = 2x - 1$, the x-axis and the ordinate $x = -1$ and $x = 1$. 6

$y = 2x - 1$, x-অক্ষ $x = -1$, এবং $x = 1$ এর মধ্যে ঘেরা ক্ষেত্রর কালি বের করো।

OR (অথবা)

The area between $x = y^2$ and $x = 4$ is divided into two parts by the line $x = a$ such that the ratio of the respective parts is 2 : 3. Find a. 6

$x = y^2$ এবং $x = 4$ -এ ঘেরা কালিক $x = a$ রেখা 2 : 3 অনুপাতের ভাগ করলে a এর মান বের করো।

18. Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r}.(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$ and $\vec{r}.(3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = -2$ and perpendicular to the plane $\vec{r}.(5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 3$. 6

$\vec{r}.(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$ এবং $\vec{r}.(3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = -2$ সমতলের মাঝখান দিয়ে এবং $\vec{r}.(5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 3$ সমতল লম্ব হওয়া সমতলের ভেক্টর সমীকরণ বের করো।

OR (অথবা)

Find the equation of a plane that makes intercept a, b and c on x, y and z-axis respectively. Also if p is the length of the normal from the origin to this plane, prove that $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}$. 6

x, y, z অক্ষে যথাক্রমে a, b এবং c ছেদাংশ সৃষ্টি করা সমতলের সমীকরণটি বের করো এবং প্রমাণ করো যে একটি সমতল অক্ষসমূহের a, b, c ছেদাংশ সৃষ্টি হলে এবং মূলবিন্দুর থেকে এর দূরত্ব p একক হলে $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}$ ।

19. A dietician wishes to mix together two kinds of food X and Y in such a way that the mixture contains at least 10 units of vitamin A, 12 units of vitamin B and 8 units of vitamin C. The vitamin contents of one *kg* food is given below :

Food	Vitamin A	Vitamin B	Vitamin C
X	1	2	3
Y	2	2	1

One *kg* of food X costs Rs. 16 and one *kg* of food Y costs Rs. 20. Find the least cost of the mixture which will produce the required diet. 6

এক পথ্যবিশেষজ্ঞ দুই প্রকারের খাদ্যসামগ্রী X এবং Y এমনভাবে মিশ্রণ করে যাতে মিশ্রণটিতে ন্যূনতম 10 একক A ভিটামিন, 12 একক B ভিটামিন, এবং 8 একক C ভিটামিন নিহিত থাকে, খাদ্যসামগ্রীগুলির প্রতি *কিলোগ্রামে* ভিটামিনের পরিমাণ এই ধরনের —

খাদ্য সামগ্রী	ভিটামিন A	ভিটামিন B	ভিটামিন C
X	1	2	3
Y	2	2	1

X খাদ্যসামগ্রীর প্রতি *কিলোগ্রামের* দাম 16 টাকা ও Y খাদ্যসামগ্রীর প্রতি *কিলোগ্রামের দাম* 20 টাকা হলে প্রয়োজনীয় পথ্যাদির জন্য মিশ্রণটির ন্যূনতম দাম নির্ণয় করো।

20. Bag–I contains 3 red and 4 black balls and Bag–II contains 4 red and 5 black balls. One ball is transferred from Bag–I to Bag–II and then a ball is drawn from Bag–II. The ball so drawn is found to be red in colour. Find the probability that the transferred ball is black. 6

ব্যাগ–I এ 3টি লাল ও 4টি কালো এবং ব্যাগ–II এ 4টি লাল এবং 5টি কালো বল আছে। ব্যাগ–I থেকে ব্যাগ–II তে একটি বল স্থানান্তরিত করা হলো এবং তারপর ব্যাগ–II থেকে একটি বল নেওয়া হলো। এইভাবে পাওয়া বলটি লাল হলো। স্থানান্তরিত করা বলটির রঙ কালো হবার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

—— × ——

(GROUP–B)

(For Old Course)

(পুরনো পাঠ্যক্রমের জন্য)

21. *(a)* Find a so that the following matrix is singular. 1

$\begin{pmatrix} a & 2 \\ a & 3 \end{pmatrix}$ মৌলকক্ষটি অপ্রতিম হ'লে a'এর মান নির্ণয় করো।

(b) If ω is a complex cube root of unity, then find the value of

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ -\omega & \omega \end{vmatrix}$$ 1

যদি একের জটিল ঘনমূল ω হয়, তাহলে $\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ -\omega & \omega \end{vmatrix}$ -এর মান নির্ণয় করো।

(c) Write down the general solution of $sin\,x = 0$. 1

$sin\,x = 0$ এর সাধারণ সমাধান লেখো।

(d) Write down the domain of $sin^{-1} x$. 1

$sin^{-1} x$ এর আদিক্ষেত্রটি লেখো।

(e) Find the eccentricity of the hyperbola

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$ 1

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা নির্ণয় করো।

(f) If O is the origin, $OP = 3$ with the direction cosines of OP is $-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$, find the co-ordinates of P. 1

O মূলবিন্দু, $OP = 3$ এবং OP রেখার দিশাংক $-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$, হলে P বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় করো।

(g) Find the angle between the vectors $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ and $2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$. 1

$2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের মাঝের কোণ নির্ণয় করো।

(h) Differentiate $sin\,x$ with respect to $cos\,x$. 1

$cos\,x$ সাপেক্ষে $sin\,x$ এর অবকলজ নির্ণয় করো।

(i) Evaluate (মান নির্ণয় করো)

$$\int_0^1 [x]dx$$

(j) Solve (সমাধান করো).

$$y^2 dy = x^2 dx$$

22. Find the vertex, focus, directrix and axis of the parabola 2

$$y^2 - 8x - 2 = 0$$

$y^2 - 8x - 2 = 0$ অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, নাভি, নিয়ামিকা এবং অক্ষরেখা নির্ণয় করো।

23. Find the equation of the tangent to the ellipse $x^2 + 3y^2 = 4$ at the point $(1, -1)$. 2

$(1, -1)$ বিন্দুতে, $x^2 + 3y^2 = 4$ উপবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করো।

24. The distance from the point $(7, 1, a)$ to the point $(4, 5, 9)$ is 5. Find the value of a. 2

$(7, 1, a)$ এবং $(4, 5, 9)$ বিন্দু দুটির মাঝের দূরত্ব 5 হলে, a-এর মান নির্ণয় করো।

25. If l, m, n are the direction cosines of a line, then show that $l^2 + m^2 + n^2 = 1$. 2

কোনো রেখার দিশাংক l, m, n হলে, দেখাও যে

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 .$$

26. Find (নির্ণয় করো) $f'(x)$; if (যদি)

$$f(x) = tan^{-1}\sqrt{\frac{1 - cos\,2x}{1 + cos\,2x}}.$$ 2

27. Evaluate (মান নির্ণয় করো) 2

$$\int \frac{1}{4 + \sqrt{1 - x}} dx$$

28. Form the differential equation corresponding to the equation $y = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$. 2

$y = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$ সম্বন্ধটি থেকে অবকল সমীকরণ গঠন করো।

29. Solve ***any one*** of the following : 2

নিম্নলিখিত ***যে কোনো একটির*** সমাধান করো :

(i) $ydx + xdy = xy(dx - dy)$

(ii) $dy + ydx = e^{-x}dx$.

30. If (যদি) $p(x) = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}$

show that (দেখাও যে)

$$P(A)P(B) = P(A+B)$$ 3

31. Solve (give general solution)

সমাধান করো (সাধারণ সমাধান দাও)

$$\sin\theta = -\frac{1}{2} \quad ; \quad \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$ 3

Or (অথবা)

$$\operatorname{cosec} x = 1 + \cot x$$ 3

32. If (যদি) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \frac{\pi}{2}$ হয় তাহলে

show that (দেখাও যে)

$$yz + zx + xy = 1$$ 3

33. Show that the line $lx + my + nz = 0$ touches the parabola $y^2 = 4ax$ if $am^2 = nl$. 3

$lx + my + nz = 0$ সরলরেখা, $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের স্পর্শক হলে, দেখাও যে $am^2 = nl$.

34. Find the equation of a plane in intercept form. 3

ছেদাংশ আকারের সমতলের সমীকরণ নির্ণয় করো।

35. Prove by vector that (ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ করো যে)

$$\sin(A - B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$$ 3

36. Find (নির্ণয় করো) $\frac{dy}{dx}$ if (যদি)

$$y = (\sin x)^{\log_e x}$$ 3

37. Prove that 3

প্রমাণ করো যে

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{n}{n^2+n^2}\right] = \frac{\pi}{4}$$

38. Resolve into partial fractions : 4

আংশিক ভগ্নাংশরূপে প্রকাশ করো :

$$\frac{2x^3-1}{(x+1)\left(x^2+1\right)}$$

39. Solve by Cramer's rule. 4

ক্রেমারের নিয়মে সমাধান করো :

$$x-y+z=1$$
$$2x+y-2z=1$$
$$3x+2y-2z=3$$

40. *(i)* Simplify (সরল করো) : 2

$$\vec{u}\times\left(\vec{v}\times\vec{w}\right)+\vec{v}\times\left(\vec{w}\times\vec{u}\right)+\vec{w}\times\left(\vec{u}\times\vec{v}\right)$$

(ii) If $\vec{u}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{v}=\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ and $\vec{w}=3\hat{i}+p\hat{j}+5\hat{k}$ are co-planar, find the value of p. 2

যদি $\vec{u}=2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{v}=\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $\vec{w}=3\hat{i}+p\hat{j}+5\hat{k}$ সামতলিক হলে, p-'এর মান নির্ণয় করো।

41. Find the equation of the tangent and the normal to the curve

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n+\left(\frac{y}{b}\right)^n=2 \text{ at the point } (a,\ b).$$ 4

$\left(\frac{x}{a}\right)^n+\left(\frac{y}{b}\right)^n=2$ বক্রের $(a,\ b)$ বিন্দুতে স্পর্শক এবং অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় করো।

42. Show that (দেখাও যে) 4

$$\int_0^{\pi/2} \log\sin x\,dx=\int_0^{\pi/2}\log\cos x\,dx=\frac{\pi}{2}\log\frac{1}{2}$$

43. Find the minimum and maximum values of

$f(x)=5x^6-18x^5+15x^4-10,\ x\in R.$ 5

$f(x)=5x^6-18x^5+15x^4-10,\ x\in R$ 'এর লঘিষ্ঠ এবং গরিষ্ঠ মান নির্ণয় করো।

44. Show that (দেখাও যে)

$$\int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a\cos bx + b\sin bx)$$

$$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\left(bx - \tan^{-1}\frac{b}{a}\right)$$

(For Students of Science Group)

(বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র-ছাত্রীর জন্য)

45. The resultant of two forces $\vec{P}$ and $\vec{Q}$ acting at a point O is $\vec{R}$. If any transversal cuts the lines of action of $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ at the points L, M, N respectively, show that

$$\frac{P}{OL} + \frac{Q}{OM} = \frac{R}{ON}. \qquad 2$$

O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ বলের লব্ধবল $\vec{R}$। যদি $\vec{P}$, $\vec{Q}$ এবং $\vec{R}$ বলত্রয়ের ক্রিয়ারেখাকে কোনো ছেদক ক্রমে L, M, N বিন্দুতে ছেদ করে, দেখাও যে

$$\frac{P}{OL} + \frac{Q}{OM} = \frac{R}{ON}$$

46. A particle moves in a straight line with uniform acceleration f. If it describes a distance s in time t *sec* and a distance s' in the subsequent t' *secs*. prove that

$$f = \frac{2(s't - st')}{tt'(t+t')} \qquad 2$$

কোনো বস্তুকণা f সমত্বরণে রৈখিক দিকে গতি করে আছে। একটি বিন্দু হতে বস্তুকণার দূরত্ব t সেকেণ্ডে s এবং পরবর্তী t' সেকেণ্ডে s' হলে, দেখাও যে

$$f = \frac{2(s't - st')}{tt'(t+t')}$$

47. Three forces P, Q, R act along the sides BC, CA and AB of a triangle ABC. If their resultant passes through the in-centre and circum-centre of the triangle ABC, prove that

$$\frac{P}{\cos B - \cos C} = \frac{Q}{\cos C - \cos A} = \frac{R}{\cos A - \cos B} \qquad 3$$

P, Q, R তিনটি বল ABC ত্রিভুজের BC, CA এবং AB বাহুর দিকে ক্রিয়াশীল। যদি তাদের লব্ধবল ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র এবং পরিকেন্দ্রগামী হয়, তাহলে দেখাও যে

$$\frac{P}{\cos B - \cos C} = \frac{Q}{\cos C - \cos A} = \frac{R}{\cos A - \cos B}$$

Or / অথবা

A uniform plank of length $2a$ of weight W is supported horizontally on two vertical pegs at a distance b apart. The greatest weight that can be placed at the two ends in succession without upsetting the plank are W_1 and W_2. Show that 3

$$\frac{W_1}{W+W_1}+\frac{W_2}{W+W_2}=\frac{b}{a}$$

$2a$ দৈর্ঘ্যের এবং W ওজনের সুষম একখানি তক্তা b দূরত্বে স্থিত দুইটি খুঁটির উপরে অনুভূমিক অবস্থায় রাখা হয়েছে। তক্তাখানি সাম্যাবস্থায় রেখে, দুই প্রান্তে পর্যায়ক্রমে সর্বোচ্চ ওজন W_1 এবং W_2 রাখা সম্ভব। দেখাও যে

$$\frac{W_1}{W+W_1}+\frac{W_2}{W+W_2}=\frac{b}{a}$$

48. Prove that

$P=mf$, where P, the impressed force, m, mass of the particle and f, acceleration. 3

প্রমাণ করো যে

$$P=mf$$

যেখানে P প্রয়োগ বল, m বস্তুকণার ভর এবং f ত্বরণ।

49. State and prove Lami's theorem in statics. 5

স্থিতি বিজ্ঞানের লামির উপপাদ্যটি লেখো এবং প্রমাণ করো।

50. A particle was dropped from the top of a tower and at the same time another particle is thrown vertically upwards from the bottom of the tower with such a velocity that it can just reach the top of the tower. Find when and where they will meet. 5

একটি বস্তুকণা একটি খুঁটির শীর্ষবিন্দু থেকে নীচের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। ঠিক একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকণা ঐ খুঁটির পাদবিন্দু থেকে উলম্বভাবে একটি নির্দিষ্ট বেগে প্রক্ষেপ করা হলো যাতে বস্তুকণাটি খুঁটির শীর্ষে পৌঁছতে পারে। কতো উচ্চতায় এবং কতো সময় পরে বস্তুকণাদ্বয়ের সাক্ষাৎ হবে, নির্ণয় করো।

(For the Student of Humanities and Commerce group)

(কলা এবং বাণিজ্য বিভাগের ছাত্র-ছাত্রীর জন্য)

51. Find the mode from the following frequency distribution table : 2

নীচের বারংবারতা বিভাজন তালিকা থেকে বহুলক নির্ণয় করো :

Class interval শ্রেণী বিভাগ	Frequency বারংবারতা
10 – 20	5
20 – 30	8
30 – 40	12
40 – 50	16
50 – 60	10
60 – 70	8

52. Find the co-efficient of correlation from the following data : 2

নীচের তথ্য থেকে সহসম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করো :

X	3	5	7	8	9	15	16
Y	15	18	22	24	19	25	31

53. Calculate the standard deviation of the following distribution : 3

নীচের বিভাজনটির প্রামাণিক বিচলন নির্ণয় করো :

Class interval শ্রেণী বিভাগ	Frequency বারংবারতা
20 – 25	170
25 – 30	110
30 – 35	80
35 – 40	45
40 – 45	40
45 – 50	35

54. Find the two regression equations from the following table : 3

নীচের তালিকা থেকে দুটি সমাশ্রয়ণ সমীকরণ নির্ণয় করো :

X	2	4	6	8	10	12	14
Y	4	3	5	10	4	11	12

55. (a) Define normal distribution. 1

প্রসামান্য বণ্টনের সংজ্ঞা লিখো।

(b) Four coins are thrown simultaneously. Find the probability of getting two heads. 2

চারটি মুদ্রা এক সাথে নিক্ষেপ করা হলো। দুটি মুদ্রার মুণ্ড পাওয়ার সম্ভাবিতা নির্ণয় করো।

(c) If X is a Poisson variate such that $P(X=1)=P(X=2)$; find $P(X=0)$. 2

পয়শন চলক Xর ক্ষেত্রে $P(X=1)=P(X=2)$ হলে, $P(X=0)$ নির্ণয় করো।

56. Solve the following LPP graphically

Minimize $Z=13x-15y$

subject to the given constraints

$x+y\leq 7$

$2x-3y+6\geq 0$

$x, y\geq 0$ 5

নীচের LPP টি লৈখিকভাবে সমাধান করো :

প্রদত্ত নিবাধসমূহ সাপেক্ষে $Z=13x-15y$ এর লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় করো :

$x+y\leq 7$

$2x-3y+6\geq 0$

$x, y\geq 0$

———×———