

**Test Examination - 2023**  
**H.S. 2nd Year**  
**Sub : Mathematics**

**Time : 3 Hrs.**

**Full Marks : 100**

1. (i) Let R be a relation in the set N given by  $1 \times 10 = 10$   
 $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$

Choose the correct answer.

N সংহতিটোত এটা সম্বন্ধ R এনেদৰে দিয়া হৈছে

$R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$  তলৰ শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা

- (a)  $(2, 4) \in R$     (b)  $(8, 7) \in R$     (c)  $(6, 8) \in R$   
(d)  $(3, 8) \in R$

- (ii) Given  $f(x) = 8x^3$  and  $g(x) = x^{1/3}$ . Find fog

দিয়া আছে  $f(x) = 8x^3$  আৰু  $g(x) = x^{1/3}$  fog উলিওৱা

- (iii) Find the principal value of  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  ৰ মুখ্যমান উলিওৱা

- (iv) Find the value of (মান নিৰ্ণয় কৰা)

$$\cos^{-1}\frac{1}{2} + \sin^{-1}\frac{1}{2}$$

- (v) If a matrix has 8 elements, what are the possible orders it can have?

এটা মৌলকক্ষৰ 8 টা মৌল থাকিলে মৌলকক্ষটোৰ সম্ভাৱ্য ক্ৰম কি কি হ'ব পাৰে?

- (vi) For the matrix  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ , verify that  $A + A'$  is a symmetric matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ মৌলকক্ষটোৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে } A + A' \text{ এটা}$$

সমমিত মৌলকক্ষ হয়।

(vii) Write true or false :

"Every continuous function is differentiable."

শুদ্ধনে তুলি লিখা

"প্রতিটো অবিচ্ছিন্ন ফলনেই অবকলনীয় হয়"

(viii) Write the order and degree (if defined) of the differential

$$\text{equation } \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \text{Cos}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \text{Cos}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0 \text{ অবকল সমীকরণটোৰ ক্রম আৰু মাত্রা}$$

(যদি আছে) লিখা।

(ix) If  $\theta$  is the angle between any two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , then

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}| \text{ when } \theta \text{ is equal to}$$

$\vec{a}$  আৰু  $\vec{b}$  ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ  $\theta$  হ'লে  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$  হ'ব যদিহে  $\theta$  ৰ মান হয়

- (a) 0 (b)  $\frac{\pi}{2}$  (c)  $\frac{\pi}{4}$  (d)  $\pi$

(Choose the correct answer) (শুদ্ধ উত্তৰ বাছি উলিওৱা)

(x) Find the direction cosines of the line joining two points  $(-2, 3, 4)$  and  $(1, 2, 3)$

$(-2, 3, 4)$  আৰু  $(1, 2, 3)$  বিন্দু দুটা সংযোগী ৰেখাখণ্ডৰ দিশাংক উলিওৱা।

2. Show that the relation R defined in the set A of all polygons as  $R = \{(P_1, P_2) : P_1 \text{ and } P_2 \text{ have same number of sides}\}$ , is an equivalence relation. What is the set of all elements in A related to the right angled triangle T with sides 3, 4, 5?  $3 + 1 = 4$

3. বহুভুজৰ সংহতি A ত এটা সম্বন্ধ R এনেদৰে সংজ্ঞাবদ্ধ কৰা হৈছে :

$R = \{(P_1, P_2) : P_1 \text{ আৰু } P_2 \text{ ৰ বাহু সংখ্যা সমান}\}$

দেখুওৱা যে R এটা সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

3, 4, 5 বাহু বিশিষ্ট সমকোণী ত্ৰিভুজ T ৰ লগত যুক্ত A ৰ মৌলসমূহৰ সংহতিটো কি?

Or (অথবা)

Consider  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  given by  $f(x) = 4x + 3$ . Show that f is invertible. Find the inverse of f.

ধৰা হ'ল  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফলনটোৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া হৈছে,

$$f(x) = 4x + 3$$

দেখুওৱা যে f প্রতিলোমীয় হয়। f ৰ প্রতিসোম উলিওৱা।

$$3. \text{ Find } \Lambda^2 - 5\Lambda + 6I, \text{ if } \Lambda = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ হ'লে } \Lambda^2 - 5\Lambda + 6I \text{ উলিওৱা}$$

Or (অথবা)

Using properties of determinants show that

নির্ণায়কৰ ধৰ্ম ব্যবহার কৰি দেখুওৱা যে

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

4. Find the relationship between a and b so that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{if } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{if } x > 3 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 3$

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1, & \text{যদি } x \leq 3 \\ bx + 3, & \text{যদি } x > 3 \end{cases}$$

ফলনটো  $x = 3$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হ'লে a আৰু b ৰ মাজৰ সম্বন্ধটো উলিওৱা।

Or (অথবা)

Find all points of discontinuity of f, where f is defined by

তলত দিয়া ধৰণে সংজ্ঞাবদ্ধ  $f$  ফলনটো যিবোৰ বিন্দুত বিচ্ছিন্ন হয় সেইবোৰ বিন্দু উলিওৱা

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3, & \text{if যদি } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{if যদি } x > 2 \end{cases}$$

$$2+2=4$$

5. Find  $\frac{dy}{dx}$  if

$\frac{dy}{dx}$  উলিওৱা যদিহে

(i)  $y = 2\cos(\sqrt{x})$

(ii)  $y = e^{\log x}$

Or (অথবা)

If  $xy = e^{x-y}$  find  $\frac{dy}{dx}$

যদি  $xy = e^{x-y}$ ,  $\frac{dy}{dx}$  উলিওৱা

6. Evaluate (any two) মান নিৰ্ণয় কৰা (যিকোনো দুটা)

$$2+2=4$$

(i)  $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$

(ii)  $\int \tan^4 x dx$

(iii)  $\int \log x dx$

7. Evaluate (any one) মান নিৰ্ণয় কৰা (যিকোনো এটা)

(i)  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$

(ii)  $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan x) dx$

8.

Find the equation of a curve passing through the point  $(-2, 3)$ , given that the slope of the tangent to the curve at any point  $(x, y)$

4

$$\text{is } \frac{2x}{y^2}$$

$(-2, 3)$  বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা এটা বক্ৰৰ সমীকৰণ উলিওৱা, দিয়া আছে যে বক্ৰটোৰ যিকোনো এটা বিন্দু  $(x, y)$  ত স্পৰ্শকৰ প্ৰবণতা হয়  $\frac{2x}{y^2}$ ।

Or (অথবা)

Find a particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x, \text{ where } y=0 \text{ when } x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x \text{ অৱকল সমীকৰণটোৰ বিশেষ সমাধান উলিওৱা}$$

যদিহে  $x = \frac{\pi}{3}$  ত  $y=0$  হয়।

9. If  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  are such that  $\vec{a} + \lambda\vec{b}$  is perpendicular to  $\vec{c}$ , then find the value of  $\lambda$ .

$\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  আৰু  $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$  ভেক্টৰ তিনিটাৰ ক্ষেত্ৰত  $\vec{a} + \lambda\vec{b}$  ভেক্টৰটো  $\vec{c}$  ৰ লম্ব হ'লে  $\lambda$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

10. (i) Show that  $(\vec{a}-\vec{b}) \times (\vec{a}+\vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b})$

$$2+2=4$$

দেখুওৱা যে  $(\vec{a}-\vec{b}) \times (\vec{a}+\vec{b}) = 2(\vec{a} \times \vec{b})$

(ii) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

এটা সামান্তৰিকৰ সন্নিহিত বাহুকেইটা  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  আৰু

$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  ভেক্টৰে নিৰ্দেশ কৰিলে সামান্তৰিকটোৰ কালি উলিওৱা।

Or (অথবা)

Show that the vectors  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  form the vertices of a right angled triangle.

দেখুওবা যে  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  আৰু  $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  কেইটাই এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দুকেইটা নিৰ্দেশ কৰে।

11. (i) Find the value of  $x$  if  $x$  ব মান উলিওবা যদি,

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$$

- (ii) Show that the differential equation

$$x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx \text{ is homogeneous.}$$

দেখুওবা যে  $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$  অবকল সমীকৰণটো সমাহৃতিক।

12. Find the vector and cartesian equation of the line through the point  $(5, 2, -4)$  and which is parallel to the vector  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$ .

$(5, 2, -4)$  বিন্দুৰ মাজেৰে যোবা আৰু  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$  ভেক্টৰৰ সমান্তৰাল বেখাডালৰ ভেক্টৰ আৰু কাৰ্টেজীয় সমীকৰণ উলিওবা।

13. An urn contains 10 black and 5 white balls. Two balls are drawn from the urn one after the other without replacement. What is the probability that both the balls are black?

এটা পাত্ৰত 10 টা ক'লা আৰু 5 টা বগা বল আছে। এটা এটাকৈ পাত্ৰটোৰ পৰা পুনৰ্স্থাপন নকৰাকৈ দুটা বল উলিওবা হ'ল। দুয়োটা বল ক'লা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

Or (অথবা)

If  $P(A) = \frac{6}{11}$ ,  $P(B) = \frac{5}{11}$  and  $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ , find

- (i)  $P(A \cap B)$  (ii)  $P(A/B)$  (iii)  $P(B/A)$

যদি  $P(A) = \frac{6}{11}$ ,  $P(B) = \frac{5}{11}$  আৰু  $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$  তেন্তে তলৰ দিয়াবোৰৰ মান উলিওবা

- (i)  $P(A \cap B)$  (ii)  $P(A/B)$  (iii)  $P(B/A)$

14. (a) Solve the equation for  $x, y, z$  and  $t$ , if  $x, y, z$  আৰু  $t$  ৰ বাবে সমাধান কৰা, যদি

$$2 \begin{bmatrix} x & z \\ y & t \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

- (b) Find  $X$  and  $Y$ , if  $X$  আৰু  $Y$  উলিওবা, যদি

$$X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} \text{ and (অৰু) } X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Or (অথবা)

Solve the following system of linear equations using matrix method.

মেট্ৰিক্স পদ্ধতিৰে তলৰ বৈখিক সমীকৰণ প্ৰণালীটো সমাধান কৰা

$$2x + 3y + 3z = 5$$

$$x - 2y + z = -4$$

$$3x - y - 2z = 3$$

15. (a) A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at a speed of 4 cm per second. At the instant, when the radius of the circular wave is 10 cm, how fast is the enclosed area increasing?

স্থিৰ পানীৰ এটা হ্ৰদত এটা শিলগুটি পেলাই দিয়া হ'ল আৰু প্ৰতি ছেকেণ্ডত 4 ছে.মি. দ্ৰুতিৰে ঢৌবোৰ বৃত্ত হিচাপে চলাচল কৰে। বি মুহূৰ্তত চক্ৰটোৰ টোৰ ব্যাসার্ধ 10 ছে.মি., সেই সময়ত অন্তৰ্গত কালি কি হ'বত বাঢ়ে?

- (b) Find two positive numbers whose sum is 15 and the sum of whose squares is minimum.

দুটা ধনাত্মক সংখ্যা উলিওবা যাৰ যোগফল 15 আৰু যাৰ বৰ্গৰ যোগফল ন্যূনতম।

Or (অথবা)

- (a) The volume of a cube is increasing at the rate of  $8 \text{ cm}^3/\text{sec}$ . How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 12 cm?

এটা ঘনৰ আয়তন প্রতি ছেকেণ্ডত ৪ ছে.মি. হাৰে বাঢ়ে। কি হাৰে পৃষ্ঠ-কালি বাঢ়ে উলিওৱা, যেতিয়া এটা দাতিৰ দৈৰ্ঘ্য 12 ছে.মি.?

- (b) Find the local maximum and local minimum values of the function  $f$  given by

$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$$

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$  ফলনটোৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান উলিওৱা।

16. (a) Prove that (প্রমাণ কৰা যে)

$$\int_0^{2a} f(x) dx = \int_0^a f(x) dx + \int_0^a f(2a-x) dx$$

- (b) Find the area enclosed by the circle  $x^2 + y^2 = a^2$

$$x^2 + y^2 = a^2 \text{ বৃত্তই আঙুৰা ক্ষেত্রৰ কালি উলিওৱা}$$

Or (অথবা)

- (a) Prove that (প্রমাণ কৰা যে)

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx, \text{ if } f \text{ is an even function (যদিহে } f$$

এটা যুগ্ম ফলন হয়)

- (b) Find the area enclosed by the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ উপবৃত্তই আঙুৰা ক্ষেত্রৰ কালি উলিওৱা।}$$

- 17/ Show that the differential equation  $(x-y) \frac{dy}{dx} = x+2y$  is homogeneous and solve it.

দেখুওৱা যে  $(x-y) \frac{dy}{dx} = x+2y$  অৱকল সমীকৰণটো সমমাত্রিক আৰু

হাৰ সমাধান উলিওৱা।

Or (অথবা)

- (a) Find (উলিওৱা)  $\frac{dy}{dx}$ , if (যদি)

$$x = a \cos \theta, y = b \sin \theta$$

- (b) If  $y = \sin^{-1} x$ , show that

$$y = \sin^{-1} x \text{ হ'লে দেখুওৱা যে}$$

$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$$

18. Define skew lines

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are given by

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$

$$1 + 5 = 6$$

বিষম ৰখাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

দুডাল ৰেখাৰ ন্যূনতম দূৰত্ব উলিওৱা যদি ৰেখা দুডালৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ দুটা ক্ৰমে,  $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$  আৰু

$$\vec{r} = 4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$

Or (অথবা)

A man is known to speak truth 3 out of 4 times. He throws a die and reports that it is a six. Find the probability that it is actually a six.

এজন মানুহে 4 বাৰৰ ভিতৰত 3 বাৰ সঁচা কয় বুলি জনা যায়। তেওঁ পাশতি এটা টছ কৰে আৰু ছয় পোৱা বুলি ব্যক্ত কৰে। পাশতিটোত সঁচাকৈয়ে ছয় পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

19. (a) Find the projection of vector  $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$  on the vector

$$7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$$

$7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$  ভেক্টৰৰ ওপৰত  $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$  ভেক্টৰৰ প্ৰক্ষেপণ নিৰ্ণয়

কৰা।

(b) For any two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , prove that

যিকোনো দুটা ভেক্টৰ  $\vec{a}$  আৰু  $\vec{b}$  ৰ ক্ষেত্রত প্রমাণ কৰা যে,  
 $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

Or (অথবা)

Show that each of the given three vectors is a unit vector

$$\frac{1}{7}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}), \frac{1}{7}(3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}), \frac{1}{7}(6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$$

Also, show that they are mutually perpendicular to each other  
দেখুওৱা যে তলত দিয়া তিনিটা ভেক্টৰৰ প্রতিটোৱে একক ভেক্টৰ হয়

$$\frac{1}{7}(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}), \frac{1}{7}(3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}), \frac{1}{7}(6\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$$

লগতে দেখুওৱা যে সিহঁত পৰস্পৰ লম্ব।

20. Define constraints.

সীমাবদ্ধতাৰ সংজ্ঞা লিখা

Solve the following problem graphically.

Minimise and maximise  $z = 3x + 9y$

Subject to the constraints

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

নিম্নোক্ত সমস্যাটোৰ লৈখিক সমাধান উলিওৱা।

$z = 3x + 9y$  ফলনটোৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা, য'ত  $x$  আৰু  $y$  ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Or (অথবা)

Define objective function.  
উদ্দিষ্ট ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা।

Solve the following problem graphically.  
Minimise and maximum  $z = 5x + 10y$

Subject to the constraints

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

নিম্নোক্ত সমস্যাটোৰ লৈখিক সমাধান উলিওৱা।

$Z = 5x + 10y$  ফলনটোৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা, য'ত  $x$  আৰু  $y$  ৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ হ'ল

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

\*\*\*