

# BONGAIGAON DISTRICT

BDHSEB/BNGN / 2023 MATHEMATICS

1x10=10

1. Answer the following questions :

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা :

i) If  $A = \{0, 1, 2\}$ , What is the number of relation of A.

যদি  $A = \{0, 1, 2\}$  হয় তেন্তে A ৰ ওপৰত কিমানটা সম্বন্ধ হ'ব ?

ii) If  $\cos^{-1}x - \sin^{-1}x = 0$ . Write down the value of x.

যদি  $\cos^{-1}x - \sin^{-1}x = 0$  হয়, তেন্তে x ৰ মান লিখা ?

iii) Find x and y if-

$$\begin{pmatrix} x \\ 2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

x আৰু y নিৰ্ণয় কৰা যদি-

$$\begin{pmatrix} x \\ 2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

iv) If A is a square matrix of order 3 such that  $|\text{adj } A| = 36$ , then what is the value of  $|A^{-1}|$ .

যদি A এটা 3 ঘাতৰ বৰ্গমৌলিককৰ্ম য'ত  $|\text{adj } A| = 36$  হয় তেন্তে  $|A^{-1}|$  ৰ মান কিমান হ'ব ?

v) State whether it is true or false : "The derivative of an odd function is always an odd function."

সত্যাসত্য বিচাৰ কৰা : "অযুগ্ম ফলন এটাৰ অৱকলজ সদায় অযুগ্ম ফলন।"

vi) If  $2^x = 3^y$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

যদি  $2^x = 3^y$ , তেন্তে  $\frac{dy}{dx}$  নিৰ্ণয় কৰা।

vii) Write down the value of  $\int_{-3}^3 |x| dx$ .

$\int_{-3}^3 |x| dx$  ৰ মান লিখা।

viii) Find the order and degree of the differential equation.

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0.$$

$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$  অৱকল সমীকৰণটোৰ ক্ৰম আৰু ঘাত নিৰ্ণয় কৰা।

ix) Can a vector have direction angle as  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  and  $120^\circ$ ?

এটা ভেক্টৰৰ দিশাংক কোণ  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  আৰু  $120^\circ$  হ'ব পাৰেনে ?

x) What is the direction cosine of Z-axis?

Z - অক্ষৰ দিশাংক কিমান ?

2. Prove that the function  $f$  given by  $f(x) = |x-1|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  is not differentiable at  $x=1$ .

প্ৰমাণ কৰা যে  $f(x) = |x-1|$ ,  $x \in \mathbb{R}$  ৰ দ্বাৰা সংজ্ঞায়িত  $f$  ফলনটো  $x=1$  বিন্দুত অৱকলনীয় নহয়।

3. If  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , show that  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$  4

যদি  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ , হয় তেস্তে দেখুওবা যে  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$

or/অথবা

If  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ , then show that  $\frac{dy}{dx} = -\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$ .

যদি  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  হয় তেস্তে দেখুওবা যে  $\frac{dy}{dx} = -\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$

2+2=4

4. Integrate (Write a and b or c and d)

অনুকলন কবা ( a আক b নাইবা c আক d)

a)  $\int x \sin^{-1} x \, dx$

b)  $\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} \, dx$

c)  $\int (\sin^{-1} x)^2 \, dx$

d)  $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$

5. Prove that  $y = \frac{4 \sin \theta}{2 + \cos \theta} - \theta$  is an increasing function of  $\theta$  in  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

প্রমাণ কবা যে  $[0, \frac{\pi}{2}]$  ত  $y = \frac{4 \sin \theta}{2 + \cos \theta} - \theta$  ফলনটো  $\theta$  ব এটা বর্ধমান ফলন।

or/অথবা

Let AP and BQ be two vertical poles at point A and B, respectively. If AP = 16m, BQ = 22m and AB = 20m, then find the distance of a point R on AB from the point A such that  $RP^2 + RQ^2$  is minimum.

ধরা হ'ল A আক B বিন্দুত ক্রমে AP আক BQ দুটা খুটি। যদি AP = 16 মিটার, BQ = 22 মিটার আক AB = 20 মিটার, তেনেহলে A বিন্দুৰ পৰা AB ত থকা R বিন্দুৰ দূৰত্ব নির্ণয় কবা যাতে  $RP^2 + RQ^2$  লঘিষ্ঠ হয়।

4x2=

6. Solve (Any two)

সমাধান কবা (যিকোনো দুটা)

i)  $(x^2 + xy)dy = (x^2 + y^2)dx$

ii)  $\frac{dy}{dx} + y = x$

iii)  $e^x \tan y \, dx + (1 - e^x) \sec^2 y \, dy = 0$

7. Evaluate (মান নির্ণয় কবা)

$\int_0^\pi \log(1 + \cos x) \, dx$

8. Find the value of  $\lambda$  if the scalar product of the vector  $i + j + k$  with a unit vector along the sum of the vectors  $2i + 4j + 5k$  and  $\lambda i + 2j + 3k$  is equal to unity.

$\lambda$  ৰ কি মানৰ বাবে  $2i + 4j + 5k$  আৰু  $\lambda i + 2j + 3k$  ভেক্টৰ দুটাৰ যোগফলৰ দিশৰ একক ভেক্টৰৰ সৈতে  $i + j + k$  ভেক্টৰৰ স্কেলাৰ পূৰণফল একক সমান হয়।

9. Find the shortest distance between the lines whose vector equations are given by

$$\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda (i - 3j + 2k) \text{ and } \vec{r} = (4i + 5j + 6k) + \mu (2i + 3j + k)$$

$$\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda (i - 3j + 2k) \text{ আৰু } \vec{r} = (4i + 5j + 6k) + \mu (2i + 3j + k)$$

বেখা দুডালৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব উলিওৱা।

or/ অথবা

Find the angle between the following pair of lines are  $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$  and  $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{8}$

নিম্নোক্ত বেখাযোৰৰ মাজৰ কোন নিৰ্ণয় কৰা-

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} \text{ আৰু } \frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{8}$$

10. Find the equation of the line in Cartesian form that passes through the point with position vector  $2i - j + 4k$  and is in the direction  $i + 2j - k$ .

$2i - j + 4k$  স্থিতি ভেক্টৰযুক্ত বিন্দুৰ মাজেৰে আৰু  $i + 2j - k$  ভেক্টৰৰ দিশত এডাল বেখাৰ কাৰ্টেজীয় সমীকৰণ উলিওৱা।

or/ অথবা

Find the value of 'P' so that the lines  $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$  and  $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$  are at right angles.

P ৰ মান উলিওৱা যাতে  $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$  বেখাডাল  $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$  বেখাডালৰ লম্ব হয়।

11. Assume that each born child is equally likely to be a boy or a girl. If a family has two children, what is the probability that both are girls given that (i) the youngest is a girl. (ii) at least one is a girl.

প্রতিটো শিশুৰেই ল'ৰা বা ছোৱালী জন্ম লাভ কৰা ঘটনাটো সমসম্ভাৱ্য বুলি ধৰা হওক। যদি পৰিয়ালৰ দুটি শিশু থাকে তেন্তে দুয়োটি শিশুৰে ছোৱালী হোৱাৰ চত্বধীন সম্ভাৱিতা কিমান যদি দিয়া থাকে যে-

i) কণিষ্ঠতম শিশুটো ছোৱালী হয়।

ii) কমেও এটি শিশু ছোৱালী হয়।

or/ অথবা

Probability of solving specific problem independently by A and B are  $\frac{1}{2}$  and  $\frac{1}{3}$  respectively. If both try to solve the problem independently find the probability that

i) the problem is solve

ii) exactly one of them solves the problem.

A আৰু B য়ে এটা বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্রভাবে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল ক্ৰমে  $\frac{1}{2}$  আৰু  $\frac{1}{3}$  যদি সমস্যাটো সমাধানৰ বাবে উভয়ে স্বতন্ত্রভাবে চেষ্টা কৰে। তেন্তে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে

i) সমস্যাটোৰ সমাধান হয়।

ii) তেওঁলোকৰ ঠিক এজনে সমস্যাটোৰ সমাধান আগবঢ়ায়।

12. A factory has two machines A and B. Past record show that machine A produced 60% of the items of output and machine B produced 40% of the items. Further 2% of the items produced by machine A and 1% produced by machine B were defective. All the items are put into one stockpile and then one item is chosen at random from this and is found to be defective. What is the probability that it was produced by machine B? 4

এটা কাৰখানাৰ দুটা মেচিন আছে A আৰু B। আগৰ তথ্যপাতিয়ে দেখুৱায় যে মুঠ উৎপাদিত সামগ্ৰীৰ মেচিন A য়ে 60% আৰু মেচিন B য়ে 40% উৎপাদন কৰে। তাৰোপৰি মেচিন A আৰু মেচিন B ৰ উৎপাদিত সামগ্ৰীৰ 2% আৰু 1% ত্ৰুটিপূৰ্ণ হোৱা দেখা যায়। একেলগে খুপাই থোৱা সামগ্ৰী সমূহৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা এবিধ সামগ্ৰী ত্ৰুটি পূৰ্ণ পোৱা গল। সামগ্ৰীবিধ মেচিন B য়ে উৎপাদন কৰাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

or/অথবা

From a lot of 30 bulbs, which include 6 defectives, a sample of 4 bulbs is drawn at random with replacement. Find the probability distribution of the number of defective bulbs. 4

30 টা বাম্বৰ এটা খুপত 6 টা বেয়া বাম্বৰ আছে। যাদৃচ্ছিকভাৱে খুপটোৰ পৰা 4 টা বাম্বৰ পুনৰ্স্থাপন কৰাকৈ লোৱা হ'ল। প্ৰাপ্ত বেয়া বাম্বৰ সংখ্যাৰ সম্ভাৱিতা বন্টন উলিওৱা।

13. Answer the following questions : (write a and b or c and d) 3+3=6

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া : (a আৰু b নহিবা c আৰু d লিখা)

a) Let  $f: N \rightarrow N$  be defined by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{if } n \text{ is odd,} \\ \frac{n}{2} & \text{if } n \text{ is even} \end{cases} \text{ for all } n \in N$$

State whether the function  $f$  is bijective. Justify your answer.

ধৰা হ'ল  $f: N \rightarrow N$  ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে

$$f(x) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{যদি } n \text{ অযুগ্ম} \\ \frac{n}{2} & \text{যদি } n \text{ যুগ্ম} \end{cases} \text{ সকলো } n \in N \text{ ৰ বাবে}$$

$f$  ফলনটো একৈকী আচ্ছাদক হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰা।

b) Solve the following equation

$$2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \operatorname{cosec} x)$$

তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা

$$2 \tan^{-1}(\cos x) = \tan^{-1}(2 \operatorname{cosec} x)$$

c) If  $R_1$  and  $R_2$  are equivalence relation in a set  $A$ , show that  $R_1 \cap R_2$  is also an equivalence relation.

যদি সংহতি  $A$  ত  $R_1$  আৰু  $R_2$  দুটা সমতুল্যতা সম্বন্ধ, দেখুওৱা যে  $R_1 \cap R_2$  ও এটা সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

d) Prove that

$$\operatorname{Cot}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right) = \frac{x}{2}, x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$$

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\operatorname{Cot}^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}} \right) = \frac{x}{2}, x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$$

14. Express the following matrix as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

তলত দিয়া মৌলকক্ষটো এটা সমমিত আৰু এটা বিঘৰ সমমিত মৌলকক্ষৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

15. For the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ , show that  $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$ . Hence find  $A^{-1}$ .

যদি  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  হ'লে, দেখুওৱা যে  $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = 0$  ইয়াৰ পৰা  $A^{-1}$  উলিওৱা।

or/অথবা

The sum of three numbers is 6. If we multiply third number by 3 and add second number to it, we get 11. By adding first and third numbers, we get double of the second number. Represent it algebraically and find the numbers using matrix method.

তিনিটা সংখ্যাৰ যোগফল 6। তৃতীয় সংখ্যাটোক 3 ৰে পূৰণ কৰি দ্বিতীয়টোৰ লগত যোগ কৰিলে 11 হয়। প্ৰথম আৰু তৃতীয়টোৰ যোগফল দ্বিতীয়টোৰ দুগুণ হয়। প্ৰদত্ত তথ্যখিনি বীজগণিতীয় আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰা আৰু মৌলকক্ষীয় পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি সংখ্যা তিনিটা উলিওৱা।

16. Find the area of the bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  উপবৃত্তই আওৰা ক্ষেত্রৰ কালি নির্ণয় কৰা।

or/অথবা

The area between  $x=y^2$  and  $x=4$  is divided into two equal parts by the line  $x=a$ , find the value of  $a$ .  
 $x=y^2$  বক্র আৰু  $x=4$  সবলবেখাডালে আওৰা ক্ষেত্রক যদিহে  $x=a$  সবলবেখাডালে দুটা সমান অংশত বিভক্ত কৰে, তেতিয়া হ'লে  $a$  ৰ মান নির্ণয় কৰা।

17. Evaluate  $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$ .

$\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$  ৰ মান উলিওৱা।

18. The two adjacent sides of a parallelogram are  $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$  and  $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ . Find the unit vector parallel to its diagonal. Also find the area of the parallelogram.

এটা সামান্তৰিকৰ দুটা সন্নিহিত বাহু হ'ল  $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$  আৰু  $\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ । ইয়াৰ কৰ্ণৰ সমান্তৰাল একক ভেক্টৰ উলিওৱা লগতে সামান্তৰিকটোৰ কালি নির্ণয় কৰা।

or/অথবা

If  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , are mutually perpendicular vectors of equal magnitudes, show that the vector  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  is equally inclined  $\vec{a}, \vec{b}$  and  $\vec{c}$ .

যদি  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  পৰস্পৰ সমান মানৰ লম্ব ভেক্টৰ। তেন্তে দেখুওৱা যে  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  ভেক্টৰ  $\vec{a}, \vec{b}$  আৰু  $\vec{c}$  ৰ সৈতে সমানে হেলনীয়া।

19. Solve the linear programming problem graphically :

Minimize and Maximize  $Z = x + 2y$

Subject to

$$x + 2y \geq 100$$

$$2x - y \leq 0$$

$$2x + y \leq 200$$

$$x, y \geq 0$$

লৈখিক নিয়মেৰে তলৰ বৈখিক প্ৰোগ্ৰেমিং সমস্যাটোৰ সমাধান উলিওৱা :

$Z = x + 2y$  ৰ সৰ্বনিম্ন আৰু সৰ্বোচ্চ মান নির্ণয় কৰা।

য'ত

$$x + 2y \geq 100$$

$$2x - y \leq 0$$

$$2x + y \leq 200$$

$$x, y \geq 0$$

or/অথবা

BDHSEB/BNGN / 2023 MATHEMATICS

Solve the linear programming problem graphically :

Maximize and Minimize  $Z = 3x + 2y$

Subject to

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x, y \geq 0$$

লৈখিক নিয়মেৰে তলৰ বৈখিক প্ৰোগ্ৰামিং সমস্যাটোৰ সমাধান উলিওৱা :

$Z = 3x + 2y$  ৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা।

য'ত

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x, y \geq 0$$

\*\*\*