GDHSEB/23/13

Pre-Final Examination – 2023

Mathematics

H.S. 2nd Year

Total Marks : 100 **Time : 3 Hours**

1. Answer the following questions : 1x10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) If $f: R \longrightarrow R$ is defined by $f(x) = x^2 - 3x + 2$ find $f\{f(x)\}$

যদি ফলন $f: R \longrightarrow R$ অৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া হয় যে $f(x) = x^2 - 3x + 2$, তেন্তে $f\{f(x)\}$ উলিওৱা।

(b) Write down the range of $f(x) = \tan^{-1}x$.

$f(x) = \tan^{-1}x$. ফলনৰ পৰিসৰ লিখা।

(c) If A is a square matrix such that $A^2 = A$, then $(I + A)^3 - 7A$ is equal to -

যদি A এটা বৰ্গ মৌলকক্ষ যাতে $A^2 = A$ হয় তেন্তে $(I + A)^3 - 7A$ ৰ মান হ'ব -

(i) A (ii) I - A (iii) I (iv) 3A

(d) Is modulus function continuous ?

মাপাংক ফলন অবিছিন্ন হয়নে?

(e) Write down the value of $\int_{-2}^{2} |x| dx$ ৰ মান লিখা।

(f) Write the order and degree (if exist) of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{\cos\left(\frac{dy}{dx}\right)}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{\cos \frac{dy}{dx}}$ অৱকল সমীকৰণটোৰ ক্ৰম আৰু মাত্ৰা (যদি আছে) লিখা।

(g) Find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টৰৰ দিশত একক ভেক্টৰটো নিৰ্ণয় কৰা।

(h) Find the direction cosines of Z axis.

Z অক্ষৰ দিশাংক নিৰ্ণয় কৰা।

(i) What is the distance between two parallel lines $\vec{r} = \vec{a_1} + \lambda\vec{b}$ and $\vec{r} = \vec{a_2} + \mu\vec{b}$

দুডাল সমান্তৰাল ৰেখা $\vec{r} = \vec{a_1} + \lambda\vec{b}$ আৰু $\vec{r} = \vec{a_2} + \mu\vec{b}$ ৰ মাজৰ দূৰত্বটো লিখা।

(j) Differentiate e^{x^3} w.r.t. x

x ৰ সাপেক্ষে e^{x^3} ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

2. Show that $f: [-1, 1] \longrightarrow R$, Given by $f(x) = \frac{x}{x+5}$ is one - one. Find the inverse of the function $f: [-1, 1] \longrightarrow$ Range f. 4

$f: [-1, 1] \longrightarrow R$ ফলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে $f(x) = \frac{x}{x+5}$ দেখুওৱা যে ফলনটো একৈকী।

$f: [-1, 1] \longrightarrow$ Range f (f ৰ পৰিসৰ) ফলনটোৰ প্ৰতিলোম উলিওৱা।

3. Prove that প্ৰমাণ কৰা যে - $\tan^{-1}\frac{63}{16} = \sin^{-1}\frac{5}{13} + \cos^{-1}\frac{3}{5}$ 4

Or / অথবা

Show that (দেখুওৱা যে) 4

$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right) + \frac{1}{2}\cos^{-1}x = \frac{\pi}{4} \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1\right)$

Scanned with OKEN Scanner

4. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ আৰু $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, then find the value of λ and μ such that 4

$A^2 + \lambda A + \mu I = 0$ where 0 is the zero matrix of order 2.

যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ আৰু $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ তেন্তে λ আৰু μ ৰ মান উলিওৱা যাতে $A^2 + \lambda A + \mu I = 0$

য'ত 0 হৈছে 2 ঘাতৰ শূন্য মৌলকক্ষ।

5. Find $\frac{dy}{dx}$ if - 2+2=4

$\frac{dy}{dx}$ উলিওৱা যদিহে -

(i) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ (ii) $x = a(\cos\theta + \theta \sin\theta)$, $y = a(\sin\theta - \theta\cos\theta)$

6. Evaluate : (মান নিৰ্ণয় কৰা) 2+2=4

(i) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$ (ii) $\int \frac{\sqrt{\tan x}\, dx}{\sin x . \cos x}$

7. Evaluate the definite integral : (any one) 4

নিশ্চিত অণুকলৰ মান উলিওৱা (যিকোনো এটা)

(i) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ (ii) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$

8. Solve the differential equation : (any one) 4

অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিওৱা : (যিকোনো এটা)

(i) $(x^2 + xy)\, dy = (x^2 + y^2)\, dx$ (ii) $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$

9. If $e^y (x + 1) = 1$, show that 4

$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$

যদি $e^x (x + 1) = 1$ হয় তেন্তে দেখুওৱা যে $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$

10. (i) If $\vec{a}$ is a unit vector and $(\vec{x} - \vec{a}) . (\vec{x} + \vec{a}) = 8$, then find $|\vec{x}|$. 2+2=4

যদি একক ভেক্টৰ $\vec{a}$ আৰু $(\vec{x} - \vec{a}) . (\vec{x} + \vec{a}) = 8$ তেন্তে $|\vec{x}|$ উলিওৱা।

(ii) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

এটা সামান্তৰিকৰ সন্নিহিত বাহু $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ আৰু $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টৰ দুটাৰে দিয়া আছে। সামান্তৰিকটোৰ কালি উলিওৱা।

11. Assume that each child born is equally likely to be a boy or a girl. If a family has two children, what is the conditional Probabilily that both are girls given that 4

i) the youngest is a girl, ii) at least one is a girl?

প্ৰতি শিশুৱেই ল'ৰা বা ছোৱালী জন্ম লাভ কৰা ঘটনাটো সমসম্ভাব্য বুলি ধৰা হওঁক। যদি এটা পৰিয়ালৰ দুটা শিশু থাকে তেন্তে দুয়োটি শিশুৱে ছোৱালী হোৱাৰ চৰ্তাধীন সম্ভাৱিতা কিমান যদি দিয়া থাকে যে

i) কনিষ্ঠতম শিশুটো ছোৱালী হয়। ii) কমেও এটি শিশু ছোৱালী হয়।

12. Find the relationship between a and b so that the function defined by - 4

$f(x) = \{ ax + 1, \text{ if } x \leq 3$

$\{ bx + 3, \text{ if } x > 3$

is continuous at $x = 3$.

Scanned with OKEN Scanner

a আৰু bৰ মাজত এটা সম্বন্ধ স্থাপন কৰা যাতে $x = 3$ বিন্দুত তলৰ ফলনটো অবিছিন্ন হয় -

$f(x) = \{ ax + 1,$ যদি $x \leq 3$

$\{ bx + 3,$ যদি $x > 3$

13. If $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$. are three unit vectors and $\vec{a}, + \vec{b}, + \vec{c}. = o$, then find the value of $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$

যদি $\vec{a}, \vec{b}$ আৰু $\vec{c}$.তিনিটা একক ভেক্টৰ আৰু $\vec{a}, + \vec{b}, + \vec{c}. = o$ তেন্তে $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$ ৰ মান উলিওৱা 4

OR / অথবা

Show that the Points $A(-2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k})$ $B(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ and $C(7\hat{i} - \hat{k})$ are collinear

দেখুওৱা যে $A(-2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k})$, $B(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ আৰু $C(7\hat{i} - \hat{k})$ বিন্দু কেইটা একেৰেখীয়

14. Using Matrix method solve the following system of linear equations : 6

মৌলকক্ষ পদ্ধতিৰে তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ সমাধান উলিওৱা :

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

Or / অথবা

If (যদি) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$, find (তেন্তে) f (A) ৰ নিৰ্ণয় কৰা where (য'ত) - 6

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Also find (আকৌ) A^{-1} ৰ মান উলিওৱা।

15. (i) The radius of a circle increasing at the rate of 0.6 cm/ sec., what is the rate of change of its circumference.

এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ ছেকেণ্ডত 0.6 cm হাৰে বাঢ়ে। ইয়াৰ পৰিধিৰ পৰিবৰ্তনৰ হাৰ কিমান? 3+3=6

(ii) Find the all points of local maximum and local minimum of the function f given by -

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ দ্বাৰা নিৰ্দিষ্ট ফলন f ৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মানৰ সকলো বিন্দু উলিওৱা।

16. Find the area of the region bouned by the curve $y^2 = x$ and the lines $x = 1$, $x = 4$ and x - axis.

$y^2 = x$ বক্ৰ $x = 1$, $x = 4$ আৰু x - অক্ষই আগুৱা ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিওৱা। 6

Or / অথবা

Find the area bounded by the ellipse -

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তই আগুৱা ক্ষেত্ৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

Scanned with OKEN Scanner

17. Find the particular solution of the differential equation. 6

$$\frac{dy}{dx} + 2y\tan x = \sin x\ ;\ y = 0 \text{ when } x = \pi/3$$

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ বিশেষ সমাধান উলিওৱা ঃ

$$\frac{dy}{dx} + 2y\tan x = \sin x\ ;\ y = 0 \text{ যেতিয়া } x = \pi/3$$

18. Find the shortest distance between the lines : 6

তলত দিয়া ৰেখা দুডালৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ and (আৰু) $\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$

Or / অথবা

Find the value of P if the lines -

$$\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2} \text{ and } \frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$

are perpendicular

P ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে -

$$\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2} \text{ ৰেখাডাল } \frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$

ৰেখাডালৰ লম্ব।

19. Solve graphically the following linear programming problems. 6

বৈখিক নিয়মেৰে তলৰ বৈখিক প্ৰগ্ৰেমিং সমস্যাটোৰ সমাধান কৰা ঃ

Minimise and Maximise $Z = 3x + 9y$ subject to the constraints.

$x + 3y \le 60$

$x + y \ge 10$

$x \le y,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

$Z = 3x + 9y$ উদ্দিষ্ট ফলনটোৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা য'ত -

$x + 3y \le 60$

$x + y \ge 10$

$x \le y,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

20. Of the students in a college, it is known that 60% reside in hostel and 40% are day scholar (not residing Hostel). Previous year results report that 30% of all students who reside in hostel attain A grade and 20% of day scholar attain A grade in their annual examination. At the end of the year one student is chosen at random from the college and he has an A grade what is the probability that the student is a hostelier. 6

এখন মহাবিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰসকলৰ 60% য়ে ছাত্ৰাবাসত থাকে আৰু 40% য়ে ছাত্ৰাবাসত নাথাকে বুলি জানিব পৰা গ'ল। আগৰ বছৰৰ ফলাফল অনুসৰি বছেৰেকীয়া পৰীক্ষাত ছাত্ৰাবাসত থকা সকলো ছাত্ৰৰ 30% য়ে A গ্ৰেড আৰু ছাত্ৰাবাসত নথকা সকলৰ 20% য়ে A গ্ৰেড পাইছিল। বছৰৰ অন্তত মহাবিদ্যালয়খনৰ যাদৃচ্ছিক ভাৱে বাছনি কৰা এজন ছাত্ৰই A গ্ৰেড পালে। ছাত্ৰ জন ছাত্ৰাবাসৰ আবাসী হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

Or / অথবা

Find the mean number of heads in three tosses of a fair coin. 6

এটা নিখুঁত মুদ্ৰা তিনিবাৰ টছ কৰি পোৱা মুণ্ড সংখ্যাৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

Scanned with OKEN Scanner